

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**Etapa locală - 26. 02. 2017****Clasa a VII-a****Problema 1**

Să se determine cifrele a și b (din baza 10) știind că numărul rațional $r = \overline{a, 1(b)} + \overline{b, 2(a)}$ se poate scrie sub formă de fracție zecimală finită.

Problema 2

a) Arătați că: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2017^2} < \frac{2016}{2017}$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația

$$\frac{x+1}{2} - \frac{3}{y+1} = 4.$$

Problema 3

Fie paralelogramul ABCD, în care $AB > BC$ și punctul $M \in (AB)$ astfel încât $MB = BC$. O dreaptă care trece prin punctul D intersectează pe (MB) în punctul N și pe (MC) în punctul P, $BP \cap (AD) = \{R\}$, $DP \cap CB = \{S\}$. Să se demonstreze că:

a) $\frac{DC}{CS} = \frac{DR}{BS}$;

b) $AR = MN$.

Problema 4

Fie A, B, C trei puncte necoliniare. Dacă D este mijlocul lui $[BC]$, M este mijlocul lui $[AD]$, E este simetricul lui B față de M și N aparține segmentului $[BM]$ astfel încât:

$m(\sphericalangle ANC) = m(\sphericalangle DNM) = 90^\circ$. Să se demonstreze că:

a) ABDE paralelogram;

b) AECD este dreptunghi.

₁ Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

₂ Toate problemele sunt obligatorii;

₃ Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.